Combinatoria

Contando casos

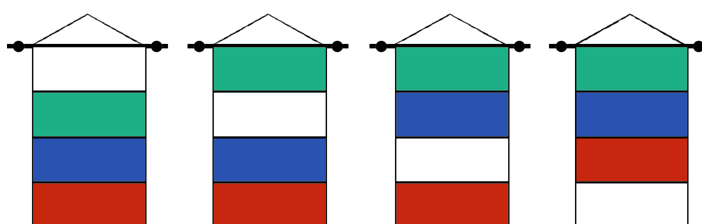
ACTIVIDAD 1

Una profesora propuso en el curso el siguiente problema:

Cada equipo de vóleibol de un colegio debe identificarse con un banderín de cuatro franjas horizontales pintadas cada una de colores distintos. Los colores disponibles son rojo, blanco, azul y verde. Hay 18 equipos inscriptos. ¿Se podrán hacer banderines distintos para todos?

Pidió que cada uno lo pensara por separado y que, luego de cinco minutos, formaran grupos de tres para resolverlo.

Lucía lo pensó así: “Si me fijo en el lugar donde iría el color blanco, lo puedo poner 1°, 2°, 3° o 4°.



Tengo 4 opciones. Pero si me fijo en el verde, puedo hacer lo mismo y tengo 4 opciones más. Con el azul tengo otras 4 y con el rojo, 4 más. Son 16 banderines distintos. No van a alcanzar para distinguir a los equipos.”

Cuando lo explicó en su grupo, Néstor se dio cuenta de que Lucía estaba contando menos casos, porque cada vez que ella colocaba un color en un lugar, los otros 3 colores en los que no se fijaba se podían cambiar entre sí de 6 formas distintas. Así que le parecía que eran 16 . 6 = 96 banderines. Sobraban para distinguir los equipos. Julieta, que estaba en el grupo con ellos, dijo que para ella Néstor contaba muchos casos, que no estaba segura si no estaba repitiendo alguno. Así que decidieron volver a controlar los resultados.

a. Analicen en cada respuesta, si hay afirmaciones ciertas y erróneas; traten de explicar en qué consisten los errores.

b. ¿Cuántos banderines se pueden formar? Enumeren todas las combinaciones usando un diagrama de árbol.

c. La profesora pidió que analizaran si habría más o menos banderines que antes, en el supuesto caso de que, por error, la franja banca de los banderines se tiñera de verde. Analicen ustedes qué sucedería a partir del diagrama de árbol que hicieron en el punto anterior.

d. ¿Cuántos banderines distintos de 5 franjas se podrían formar, con los 4 colores mencionados, usando dos franjas de verde?

Para reflexionar

- ¿Qué es una permutación y cómo se cuentan todas las permutaciones de n elementos?
- ¿Cuál es la diferencia entre las permutaciones de los ejercicios anteriores?
- ¿Cómo se pueden contar las permutaciones en las que aparecen elementos repetidos?



ACTIVIDAD 2

a. Ahora queremos contar las permutaciones en las que aparecen elementos repetidos. Con los números 1, 2, 3, 4 y 5, ¿cuántos números de 7 cifras podemos formar en los cuales el 2 aparezca tres veces?

Pista: imaginen que hay tres números 2 distintos, que identificaremos como 2 **2** 2. Para cada ubicación del 1, 3, 4 y 5, ¿cuántas formas hay de ubicar los tres 2? ¿Cuántas veces están contando a un mismo número? Por ejemplo, dejando en el mismo lugar al 1, 3, 5 y 7, se pueden obtener: 1**2**32245 y 1**2**32245, que contamos como distintos, pero ambos son el 1232245.

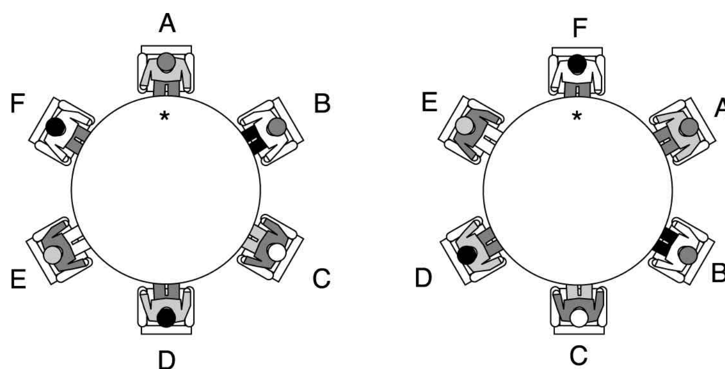
b. ¿Cuántas ubicaciones posibles de 1, 3, 4 y 5 hay?

¿Cuántas palabras distintas se pueden formar con las 10 letras de PARABRISAS?

Pista: diferencien, como antes, los elementos repetidos para contar. Después, analicen cuántas veces están contando la misma palabra.

c. Alberto y sus cinco amigos salen a comer todos los jueves y se sientan alrededor de una mesa redonda. El último jueves se dieron cuenta de que, probablemente por costumbre, se sentaban siempre del mismo modo. Si de allí en adelante cada día cambiaran de lugar, se preguntaron: ¿de cuántas maneras distintas podrían sentarse?

Tengan en cuenta que, para determinar que dos distribuciones son iguales, se debe verificar que cada persona esté sentada entre las mismas dos. Por ejemplo, los dos gráficos muestran distribuciones iguales, aunque desde el asiento marcado con * y en sentido horario, en la primera se lee ABCDEF y en la segunda, FABCDE:



Pista: fijen una posición, por ejemplo, la de Alberto y ubiquen a sus amigos de todas las formas posibles; analicen qué obtuvieron.

Para investigar

En las distribuciones en las que no importa el orden (combinaciones) también pueden aparecer elementos repetidos.

Por ejemplo: si les dicen que pueden elegir 5 caramelos de una bolsa que contiene muchos caramelos de frutilla, limón y naranja, ¿qué tres elecciones distintas podrían hacer? ¿De cuántas formas distintas pueden elegirlos?

Traten de elaborar una estrategia para contar estos casos.

